УДК 532.54

Ф. Х. Нишонов
Ташкентский архитектурно-строительный институт, Ташкент,Республика Узбекистан

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ, ПРИВОДЯЩЕГО К ГИДРАВЛИЧЕСКОМУ УДАРУ В ТРУБОПРОВОДАХ И ТУРБИНАХ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ

В данной статье вопрос о гидравлическом ударе в водопроводных трубах поясняется приведением к дифференциальному уравнению неустановившегося движения вязкой сжимаемой жидкости. Определено, что полное изменение высоты напора и изменение скорости движения жидкости могут распространяться как в направлении движения жидкости в трубопроводах гидросооружений, так и против него, но скорости распространения в этих направлениях будут разными. Кроме того, скорость распространения ударной волны в направлении течения жидкости больше, а против течения – меньше, чем аналогичная скорость c_0, при этом трение во всех случаях действует в сторону уменьшения скорости c^* и практически не сказывается на скорости распространения ударной волны.

Ключевые слова: гидротехническое сооружение, трубопровод, турбина, изотермический процесс, гидросиловые установки, гидравлические потери, гидравлический удар.

Значительная часть аварий на трубопроводах гидротехнических сооружений является следствием гидравлического удара, выявить причину возникновения которого возможно только при проведении специальных (систематических) наблюдений над работой трубопроводов гидросооружений.

Большое количество аварий на гидротехнических сооружениях, вызываемых гидравлическими ударами, влечет за собой огромные убытки, наносимые народному хозяйству. Особое значение имеет не сколько стоимость ликвидации самой аварии, столько стоимость ликвидации ее последствий, которые связаны с остановкой подачи воды на производственные и другие цели.

Вопрос о гидравлическом ударе в настоящее время достаточно хорошо проработан, но проведенные исследования только частично могут быть использованы в водоснабжении или в гидротехническом строительстве, так как работа гидросиловых водоводов сильно отличается от работы напорных и разводящих трубопроводов систем водоснабжения; например, в первых гидравлические потери на трение составляют всего несколько процентов от действующего напора, а во вторых подавляющая часть действующего напора расходуется на преодоление трения в трубах [1–3].

В данной статье вопрос о гидравлическом ударе в водопроводных трубах поясняется приведением к дифференциальному уравнению неустановившегося движения вязкой сжимаемой жидкости.

Дифференциальное уравнение неустановившегося движения вязкой сжимаемой жидкости в напорных трубопроводах или уравнение неустановившегося движения вязкой жидкости в момент гидравлического удара имеет вид [1]:

$$\frac{1}{\gamma}\frac{\partial P}{\partial l}+\frac{\partial z}{\partial l}+J+\frac{1}{g}\frac{\partial V}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial l}\left(\frac{V^2}{2g}\right)=0, \tag{1}$$

где $P=\int\frac{dp}{\rho}$, $p=p(\rho)$.

В процессе политропии:

$$\frac{p}{p_1}=\left(\frac{\rho}{\rho_1}\right)^n,$$

где $n=1, T=\text{const}$ – изотермический процесс;

$n=0$ – изобарический процесс;

$n=\infty$ – изохорический процесс, т. е. $\rho=\text{const}$ (несжимаемая среда);

$n=\frac{c_p}{c_V}$ – адиабатический процесс или энтропический процесс.

А уравнение неразрывности можем написать в виде:

$$\frac{\partial\rho Q}{\partial l}+\frac{\partial\rho\omega}{\partial t}=0\cdot \tag{2}$$

После дифференцирования уравнение неразрывности имеет вид:

$$\rho\frac{\partial Q}{\partial l}+Q\frac{\partial\rho}{\partial l}+\rho\frac{\partial\omega}{\partial t}+\omega\frac{\partial\rho}{\partial t}=0.$$

Далее после переноса подобных членов и с учетом свойства рассматриваемых процессов уравнение Бернулли можем написать в виде:

$$\frac{\partial}{\partial l}\left(z+\frac{n}{n-1}\frac{p}{\rho g}+\frac{V^2}{2g}\right)=-\frac{1}{g}\frac{\partial V}{\partial t}-J\ .$$

Если перенесем инерционный член в левую часть, уравнение примет вид:

$$\frac{\partial}{\partial l}\left(z+\frac{n}{n-1}\frac{p}{\rho g}+\frac{V^2}{2g}\right)+J=-\frac{1}{g}\frac{\partial V}{\partial t}\cdot \tag{3}$$

Предполагая, что длина разбега жидкости мала или площадь поперечного сечения трубы постоянна ($\rho=\text{const}$), из уравнения неразрывности (1), (3) получим:

$$\rho\frac{\partial Q}{\partial l}=\frac{\partial\omega V}{\partial l}=\rho\omega\frac{\partial V}{\partial l}+\rho V\frac{\partial\omega}{\partial l}\approx\rho\omega\frac{\partial V}{\partial l}.$$

Основываясь на физические свойства, можем утверждать, что ускорение жидкости в трубопроводах намного больше, чем изменение площади поперечного сечения, значит имеет смысл неравенство, представленное в исследованиях И. К. Баркова и И. Н. Смирнова [2, 4]:

$$\omega\frac{\partial V}{\partial l}\succ\succ V\frac{\partial\omega}{\partial l}.$$

Теперь определим из уравнения неразрывности (3) второе равенство:

$$\rho\frac{\partial Q}{\partial l}\approx\rho\omega\frac{\partial V}{\partial l}.$$

Так как поперечное сечение трубопровода – круг, то:

$$\rho\frac{\partial\omega}{\partial t}=\rho\frac{\partial(\pi r^2)}{\partial t}=2\pi\rho r\frac{\partial r}{\partial t}\ .$$

Как известно, растяжение радиуса трубы зависит от модуля упругости E, поэтому согласно закону Гука и формулы Мариотта [4, 5] будем иметь:

$$\frac{\partial r}{\partial t}=\frac{r}{E}\frac{\partial\sigma}{\partial t},$$

где $\sigma=P\frac{D}{2l}$.

Из курса теоретической механики известно, что:

$$\frac{d\rho}{\rho}=\frac{dp}{E_0}. \tag{4}$$

Из этого равенства можем написать выражение упругости через скорость звукового распространения:

$$\frac{E_0}{\rho}=\frac{dp}{d\rho}=a^2,$$

отсюда имеем выражение для упругости:

$$E_0=a^2\rho.$$

Выражение для производной от плотности по времени имеет вид:

$$\frac{\partial p}{\partial t}=a^2\frac{\partial\rho}{\partial t}, \tag{5}$$

а выражение для производной от плотности по длине:

$$\frac{\partial p}{\partial l}=a^2\frac{\partial\rho}{\partial l}. \tag{6}$$

Умножая равенства (5) и (6) на ω, имеем:

$$\omega\frac{\partial\rho}{\partial t}=\omega\frac{\rho}{E_0}\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{\omega}{a^2}\frac{\partial p}{\partial t}. \tag{7}$$

Значения формул (4), (5) подставим в (3) формулу и получим выражение:

$$\rho\frac{\partial\omega}{\partial l}+\frac{\rho}{E_0}\frac{\partial P}{\partial t}\left(\frac{D}{l}\frac{E_0}{E}+1\right)=0.$$

Учитывая, что распространение скорости звука в воздухе определяется формулой [5]:

$$c^2=\frac{E_0}{\rho}\frac{1}{1+\frac{D}{l}\frac{E_0}{E}}, \tag{8}$$

пьезометрический напор равен:

$$H=z+\frac{n}{n-1}\frac{p}{\rho g}.$$

Из этой формулы определяем давление жидкости в точке z:

$$p=\frac{n-1}{n}\rho g(H-z).$$

Частное произведение этого равенства указывает на изменение давление в момент удара:

$$\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{n-1}{n}\rho g\frac{\partial H}{\partial t}\left[1-\frac{n-1}{n}\frac{g(H-z)}{c^2{}_0}\right]^{-1}.$$

Отсюда выражение можно представить в виде [2]:

$$\frac{\partial p}{\partial t}=g(H-z)\frac{n-1}{n}\frac{\partial\rho}{\partial t}+\rho g\frac{n-1}{n}\frac{\partial H}{\partial t}. \tag{9}$$

Используя выражения (4), (5), можем записать формулу (9) через изменение плотности во времени:

$$\frac{n}{n-1}\frac{\partial p}{\partial t}=\rho\frac{\partial V}{\partial t}+\frac{1}{c^2}\frac{\partial p}{\partial t}$$

и изменение скорости от длины трубы [2]:

$$\frac{\partial p}{\partial l}=\rho c^2\frac{\partial V}{\partial l}\frac{n-1}{n}.$$

Из уравнения (9) получим:

- изменение напора во время гидравлического удара:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{c^2}{g}\frac{\partial V}{\partial l};$$

- изменение напора по длине:

$$\frac{\partial H}{\partial l} = -\frac{1}{g}\frac{\partial V}{\partial t};$$

- изменение давления во времени:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \rho g \frac{n-1}{n}\frac{\partial H}{\partial t}\frac{1}{1-\frac{g(H-z)}{c^2}}; \qquad (10)$$

- ускоренное изменение напора во времени:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = -\frac{{c_0}^2}{g}\frac{\partial^2 V}{\partial t \partial l}; \qquad (11)$$

- ускоренное изменение напора по длине:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial l^2} = -\frac{1}{g}\frac{\partial^2 V}{\partial t \partial l}. \qquad (12)$$

Из формулы (11) и (12) получим частное дифференциальное уравнению второго порядка для закономерности изменения напора в момент гидравлического удара [5]:

$$g\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} - {c_0}^2\frac{\partial^2 H}{\partial l^2} = 0,$$

изменение напора в момент гидравлического удара:

$$g\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - \frac{n}{n-1}{c_0}^2\frac{\partial^2 V}{\partial l^2} = 0.$$

Запишем изменение напора в виде приращений [1]:

$$H - H_0 = F_1\left(t - \frac{l}{c}\right) + F_2\left(t + \frac{l}{c}\right) \qquad (13)$$

и изменение скорости в виде приращений:

$$V - V_0 = f_1\left(t - \frac{l}{c^*}\right) + f_2\left(t + \frac{l}{c^*}\right),$$

где $c^* = \sqrt{\frac{n}{n-1}}c_0$.

Из формулы Н. Е. Жуковского $\Delta p = \rho c V_0$, $\Delta H = H - H_0$ найдем полное изменение высоты напора (изменение давления) при возникновении разрывной силы давления в трубе стационарного движения жидкости [4]:

$$\Delta p_{\text{р.сп.}} = \rho c^* V_0 + (1 - \frac{D_0}{2})p_0, \qquad (14)$$

$$\Delta p_{\text{р.сп.}} = \rho c^* V_0 + (1 - \frac{d_0}{2})p_0. \qquad (15)$$

Выводы.

1 Полное изменение высоты напора $\Delta p_{\text{р.сп.}}$ и изменение скорости $V - V_0$ может распространяться как в направлении движения жидкости в трубопроводах гидросооружений, так и против него, но скорости распространения по обоим этим направлениям не будут равны между собой.

2 Скорость распространения ударной волны в направлении течения жидкости больше, а против течения меньше, чем аналогичная скорость c_0, при этом трение

во всех случаях действует в сторону уменьшения скорости c^* и практически не сказывается на скорости распространения ударной волны.

3 В первом приближении закон изменения давления при течении жидкости без потерь на трение (для малых интервалов времени) может быть использован как при течении с потерями, но при этом надо исходить не от статического, а от динамического уровня жидкости, соответствующего начальному положению затвора.

Список использованных источников

1 Андреевская, А. В. Задачник по гидравлике / А. В. Андреевская, Н. Н. Кременецкий, М. В. Панова. – М., 1970. – 566 с.

2 Барков, И. К. Автоматические устройства гидротурбин / И. К. Барков. – М.–Л.: Госэнергоиздат, 1954. – 255 с.

3 Нишонов, Ф. Х. Влияние физических свойств жидкости на характер параметров гидравлического удара и импульса / Ф. Х. Нишонов, К. А. Якубов, А. Х. Джураев // Перспективы применения инновационных технологий в сфере архитектуры и строительства: материалы междунар. науч.-техн. конф., посвященной 50-летию Самаркандского государственного архитектурно-строительного института, 27–28 мая 2016 г. – Самарқанд, 2016. – С. 6–9.

4 Смирнов, И. Н. Гидравлические турбины и насосы / И. Н. Смирнов. – М.: Изд-во «Высшая школа», 1969. – 400 с.

5 Сурин, А. А. Зависимость между величиной утечки и давлением в деревянных клёпочных трубах / А. А. Сурин // Сборник ЛИИЖТ. – Вып. 131. – 1988.