РАСЧЕТ ВЛАГОПЕРЕНОСА В ПОЧВЕ ПРИ РАСЧЕТЕ ПАРАМЕТРОВ ДРЕНАЖА ПОЛЬДЕРНЫХ СИСТЕМ

Н.М. Кащенко, В.П. Ковалев
ООО «Бюро мелиоративных технологий», г. Калининград, Россия

Экспериментальные исследования работы действующих польдерных систем показали, что неравномерность осушения является результатом не учтенных при проектировании особенностей формирования стока в условиях безуклонного рельефа. Основанное на экспериментальных данных моделирование работы польдерных систем выявило наличие взаимосвязи между расстоянием между дренами (E) и площадью осушаемого массива (F), имеющей вид $E = 8 + 32 \cdot \exp\left(-\frac{F}{1250}\right)$ [1]. Наличие столь существенной зависимости расстояний между дренами и площадью осушаемого массива требует точной деталировки методов расчета дренажа с учетом динамической водоотдачи в режиме осушения. Расчет параметров дренажа при расчете динамики притока грунтовых вод к дренам связан с расчетом движения влаги в насыщенной и ненасыщенной зонах почвы.

Использование уравнений Буссинеска и Ричардса для описания движения влаги в почве ограничено их диффузионными приближениями. Проведение расчетов переноса влаги в поровом пространстве почвы осложнено также отсутствием корректной физической модели структуры порового пространства почвы.

Учет гипотезы С. Нерпина и Е. Хлопотенкова о неразрывности в почве пор одного диаметра [2] и экспериментальных данных по дифференциальному распределению водопроводящих пор [3] приводит к выводу о наличии в почве минимального объема, поровые характеристики которого не будут изменяться в зависимости от места расположения или ориентации в объеме почвы. Сделанное предположение подтверждает гипотезу о неразрывности пор одного диаметра в почвенном массиве при условии, что формализация гипотезы допускает прохождение пор одного диаметра через поры другого диаметра.

Уравнения Навье–Стокса для описания процесса фильтрации

Для анализа условий применимости уравнения потенциала при моделировании работы дренажных систем рассмотрим более общий способ записи уравнений фильтрации в виде системы уравнений Навье–Стокса, которая с учетом ρ = const и g = const, принимает вид (z – направлено вверх):

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial t} = -\nabla(\vec{V}) + \frac{F - Q}{z_0} \\ \frac{d\vec{V}}{dt} = -g\nabla h + \vec{g} - \frac{g}{k(h)}\vec{V} \end{cases} \tag{1}$$

В двухмерном приближении система уравнений имеет вид (1):

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \theta}{\partial t} = -\dfrac{\partial V_x}{\partial x} - \dfrac{\partial V_z}{\partial z} + \dfrac{F-Q}{z_0} \\ \dfrac{\partial V_x}{dt} + V_x \dfrac{\partial V_x}{\partial x} + V_z \dfrac{\partial V_x}{\partial z} = -g\dfrac{\partial h}{\partial x} - \dfrac{g}{k(h)} V_x \\ \dfrac{\partial V_z}{dt} + V_x \dfrac{\partial V_z}{\partial x} + V_z \dfrac{\partial V_z}{\partial z} = -g\dfrac{\partial h}{\partial z} - g - \dfrac{g}{k(h)} V_z \end{cases}$$

В простейшем случае зависимость влажности θ от потенциала h может иметь вид:

θ(h) = (θs – θr)eαh + θr при h<0 и θ(h) = θs при h≥0,

где: θs – максимальная влажность; θr – минимальная влажность; α – эмпирический параметр этих зависимостей, (1/м). Зависимость коэффициента влагопроводности k(h), согласованная с зависимостью θ(h), имеет вид (в общем случае эти зависимости различны):

k(h)=kfeαh при h<0 и k(h)=kf при h≥0, где kf – коэффициент фильтрации, (м/с).

Модель влагопереноса по пленкам

Система уравнений влагопереноса по пленкам может быть записана в виде уравнений Навье-Стокса:

$$\begin{cases} \dot{d} + \nabla(d\vec{V}) = 0 \\ \dot{\vec{V}} + (\vec{V}\nabla, \vec{V}) + a\nabla d = 0 \end{cases} \tag{2}$$

где d – толщина пленки, м; $\vec{V}$ – осредненная скорость движения по пленке, м/с; $a = \dfrac{V_{\max}^2(d)}{d}$; $V_{\max}(d)$ – скорость движения волны, одна из эмпирических формул для этой скорости имеет вид (по данным [4]):

$V_{\max}(d_s) = 0{,}62 + 45{,}0\exp\left(-\dfrac{2{,}4}{d_s - 0{,}8}\right)$ (где ds выражено в слоях молекул воды).

Капиллярный перенос влаги

Капиллярный перенос влаги описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} (\mu_0 - \sum\limits_{i=1}^{n} \mu_i)\dfrac{\partial H}{\partial t} = \nabla(\int\limits_{H_d - kL_d}^{H} K_\phi(z)dz \cdot \nabla H) + \xi - \sum\limits_{i=1}^{n} \mu_i f_i \,, \\ \dfrac{\partial H_i}{\partial t} = f_i, \quad i = \overline{1,n} \end{cases} \tag{3}$$

где H – уровень грунтовых вод, м; μ0 – коэффициент водоотдачи; μi – относительный объем капилляров; Kф(z) – скорость фильтрации, м/с; Ld – расстояние между дренами, м; k – коэффициент «висячести»; ξ – суммарный приток и отток, м/с; Hi – уровень воды в капиллярах, м; $f_i = V_{ki}\dfrac{H_{ki} + H - H_i}{H_i - H}$;

Vki – скорость капиллярного подъема, м/с; Hki – высота капиллярного подъема, м; $\mu_i f_i$ – поток в капиллярах; $\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t}$ – поток грунтовых вод.

Влагообмен между пленкой и капиллярной водой в уравнениях непрерывности пленки (2) и в капиллярных уравнениях (3) учитываются добавлением слагаемого вида: $\frac{1}{\tau_p}\left(1-\frac{d}{d_0}\right)$, где d0 – толщина пленки, τр – скорость влагообмена.

Уравнение Ричардса для потенциала

Уравнение Ричардса в терминах потенциала, при z направленном вверх, имеет вид:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla_{x,y}(k(h)\nabla_{x,y}(h)) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k(h)\left(\frac{\partial h}{\partial z}+1\right)\right) + \frac{F-Q}{z_0}, \tag{4}$$

Учитывая, что $\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{d\theta(h)}{dh}\frac{\partial h}{\partial t} = C(h)\frac{\partial h}{\partial t}$, получаем:

$$C(h)\frac{\partial h}{\partial t} = \nabla_{x,y}(k(h)\nabla_{x,y}(h)) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k(h)\left(\frac{\partial h}{\partial z}+1\right)\right) + \frac{F-Q}{z_0},$$

где F – источники, м/с; Q – стоки, м/с; z0 – толщина распределения источников и потерь, м; h ≤ 0 – потенциал, м; k(h) – коэффициент влагопроводности, м/с; $C(h) = \frac{d\theta(h)}{dh}$; θ(h) – влажность. Для указанного выше приближения выполняется свойство: (k(h))′ = αk(h)h′ при h<0. В этом же приближении, при h<0, уравнение Ричардса примет вид:

$$C(h)\frac{\partial h}{\partial t} = k(h)\Delta_{x,y}(h) + \alpha k(h)\left(\nabla_{x,y}(h)\right)^2 + \alpha k(h)\left(\frac{\partial h}{\partial z}\right)^2 + k(h)\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} + \alpha k(h)\frac{\partial h}{\partial z} + \frac{F-Q}{z_0}, \tag{5}$$

Для решения уравнения Ричардса в задаче фильтрации без явного выделения УГВ уравнение решается относительно полного потенциала [5]. В насыщенной зоне C(h) = 0. Для обхода этой трудности применяется приближенная аппроксимация θ(h) вида:

$$\theta(h) = \begin{cases} (\theta_s - \theta_r - \theta_p)e^{\alpha h} + \theta_r, & h \le 0 \\ \theta_s - \theta_p e^{-\beta h}, & h > 0 \end{cases}$$

Здесь $\beta = \alpha \frac{\theta_s - \theta_r - \theta_p}{\theta_p}$ выбрано из условия непрерывности производной, θр – достаточно малый параметр, выбранный из условия малой погрешности этого приближения.

Уравнение Ричардса , при замене h = hk – z принимает вид:

$$C(h)\frac{\partial h_k}{\partial t} = \nabla_{x,y}(k(h)\nabla_{x,y}(h_k)) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k(h)\left(\frac{\partial h_k}{\partial z}\right)\right) + \frac{F-Q}{z_0}, \tag{6}$$

где h – полный потенциал; hk – капиллярный потенциал.

При численном решении уравнения методом конечных разностей по горизонтали используется явная схема, а по вертикали неявная и применяется классический вариант прогонки. Для ускорения сходимости итераций применяется релаксация по переменным x и y.

Фрактальная модель влагопереноса

Рассмотрим подход к решению задач фильтрации, основанный на решении уравнений, использующих представления о фрактальных свойствах почвы, обладающих аномальной диффузией. Термин «аномальная диффузия» обозначает процессы переноса на самоподобных структурах, характеризующихся нестационарным распределением частиц в пространстве, где расстояние r, которое прошла частица за время t растет по закону $r^2 = 2D \cdot t^{\alpha}$. Подобная диффузия описывается уравнениями в частных дробных производных по t. В реальных задачах порядок дифференцирования не известен, и должна решаться задача нахождения вида уравнения аномальной диффузии [6]. Модифицированное таким образом уравнение (4) будет иметь вид:

$$C(h)D^{q}_{[-\infty,t]}h = \nabla_{x,y}(k(h)\nabla_{x,y}(h)) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k(h)\left(\frac{\partial h}{\partial z}+1\right)\right) + \frac{F-Q}{z_0}, \tag{7}$$

где $D^{q}_{[-\infty,t]}$ – оператор дробного дифференцирования с параметром q.

Для решения уравнения (7) применялся конечно-разностный метод с использованием прямоугольной квазиравномерной сетки. Для аппроксимации правой части уравнения применена обычная неявная схема второго порядка точности по пространственным переменным. Для аппроксимации оператора дробного дифференцирования использовалась разностная схема первого порядка точности. Полученные разностные уравнения решались итерационным методом. Численные эксперименты показали, что предложенная модель дает более реалистичные профили УГВ.

Уравнение Аллера

Формально уравнение Аллера получается добавлением в уравнение Ричардса слагаемого вида:

$$\nabla\left(A\frac{\partial}{\partial t}\big(\nabla(h)\big)\right), \tag{8}$$

где A – коэффициент Аллера (эмпирический коэффициент, имеющий размерность длины, м). С учетом этого уравнение влагопереноса примет вид:

$$C(h)\frac{\partial h}{\partial t} = \nabla_{x,y}(k(h)\nabla_{x,y}(h) + A\frac{\partial}{\partial t}(\nabla_{x,y}(h))) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k(h)\left(\frac{\partial h}{\partial z}+1\right) + A\frac{\partial^2 h}{\partial t \partial z}\right) + \frac{F-Q}{z_0}, \tag{9}$$

В двумерном вертикально-горизонтальном приближении оно принимает вид:

$$C(h)\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(k(h)\frac{\partial h}{\partial x} + A\frac{\partial^2 h}{\partial t \partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k(h)\left(\frac{\partial h}{\partial z}+1\right) + A\frac{\partial^2 h}{\partial t \partial z}\right) + \frac{F-Q}{z_0}, \tag{10}$$

Для решения уравнения Аллера перепишем его в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial t}\big(\theta(h) - A\nabla(\nabla(h_k))\big) = \nabla(k(h)\nabla(h_k) + \frac{F-Q}{z_0}$$

В двумерном варианте оно принимает вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\theta(h) - A\frac{\partial^2 h_k}{\partial x^2} - A\frac{\partial^2 h_k}{\partial z^2}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(k(h)\frac{\partial h_k}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k(h)\frac{\partial h_k}{\partial z}\right) + \frac{F-Q}{z_0}$$

Это квазилинейное (из-за зависимости $\theta(h)$) уравнение для получения аппроксимации необходимо решать по чисто неявной схеме с итерациями по нелинейности.

Результаты численного моделирования

При решении системы уравнений (2-3) для низких значений влажности (рис.1), использованы экспериментальные данные [7]. Хорошая качественная сходимость экспериментальных и рассчитанных значений для процесса переноса влаги подтверждает правильность подхода к расчету влагопереноса с использованием системы уравнений (2-3).

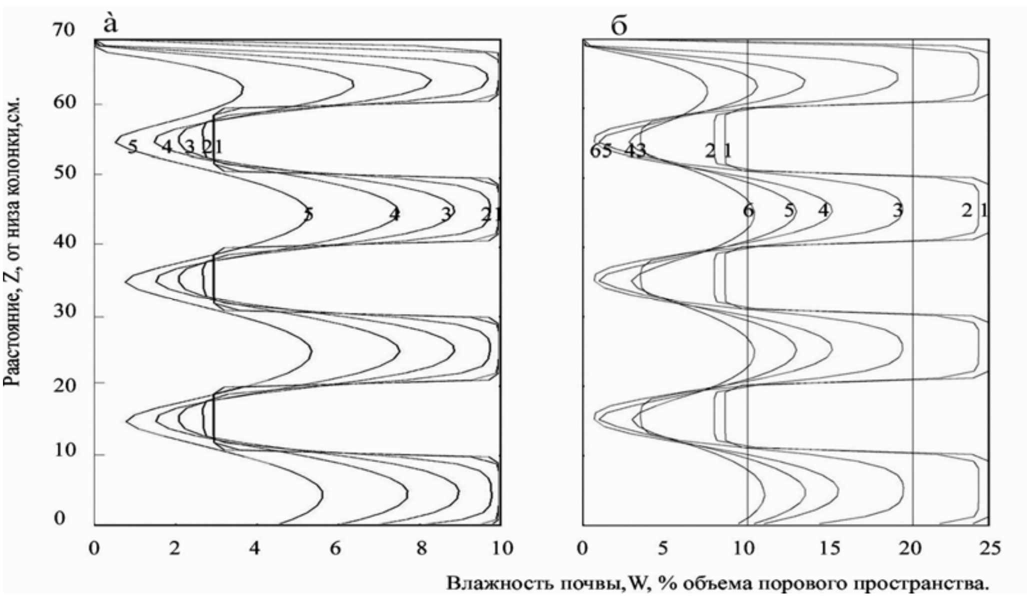

Рисунок 1 - Рассчитанные профили влажности для условий модельных экспериментов [7]:
а) Слои 0-10, 20-30, 40-50, 60-70 см-10% W; Слои 10-20, 30-40, 50-60 см-3 % W;
б) Слои 0-10, 20-30, 40-50, 60-70 см- 25% W; Слои 10-20, 30-40, 50-60 см-8 % W; 1,2,3,4,5,6 - временная динамика формирования рассчитанных профилей влажности почвы

Расчеты динамики формирования капиллярной каймы с использованием системы уравнений (2,3), дополненных членом $\frac{1}{\tau_p}\left(1-\frac{d}{d_0}\right)$, показывают хорошую сходимость рассчитанных значений и экспериментальных данных по скорости подъема капиллярной каймы в зависимости от высоты ее поднятия, что иллюстрируется рисунком 2.

Выводы

1. Проведенное сравнение существующих подходов к расчету движения

влаги в почве и данных расчетов с экспериментальными данными позволяет говорить, что применение в расчетах согласованных моделей движения влаги по пленкам и капиллярам дает наиболее приемлемые совпадения рассчитанных данных с данными экспериментов.

2. Использование в расчетах представления о структуре порового пространства почвы в виде пучка капилляров с характеризующим его спектром распределения пор, не изменяющего свои характеристики в зависимости от места расположения в объеме почвы приемлемо для применения в расчетах переноса влаги в почве.

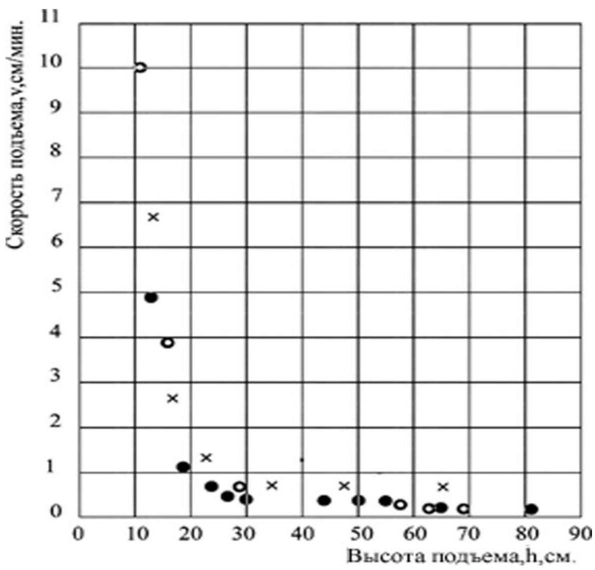

Рисунок 2 - Скорость подъема капиллярной каймы в зависимости от высоты подъема:

● - данные Ф.Е. Колясева (впитывание в начально сухую почву) [8];

о - данные И.И. Судницына (впитывание в начально влажную почву) [9];

х - рассчитанные значения

Литература

1. Кащенко Н.М., Ковалев В.П. Расчет линейных польдерных систем. //Проблемы устойчивого развития мелиорации и рационального природопользования. Материалы юбилейной международной конференции. :М., 2007. - С. 195-200.

2. Нерпин С.Н., Хлопотенков Е.М. Обобщение закона Дарси для случаев нелинейной фильтрации в ненасыщенных и насыщенных грунтах. //Доклады ВАСХНИЛ.М.: Урожай. 1970. - №11. - С. 3-17.

3. Лундин К.П., Свердлова Л.Б. Исследование структурных пор торфа с помощью радиоактивных изотопов. //Мелиорация и использование осушенных земель. - Мн.:Урожай. 1966. – С. 48-67

4. Бобров П.П., Беляева Т.А., Галеев О.В., Убогов В.И. Диэлько-влажностные характеристики почвенных образцов с различным содержанием гумуса в сантиметровом и дециметровом диапазонах. //Естественные науки и экология. Ежегодник ОмГПУ. 2001. - С. 3-7.

5. Кащенко Н.М. Анализ применимости уравнения потенциала для моделирования работы дренажных систем. //XI Международная научно-техническая конференция "Информационно-вычислительные технологии и их приложения" (МК-42-9). Пенза, ноябрь, 2009. - С.138-142.

6. Кащенко Н.М. Фрактальная модель фильтрации в условиях работы дренажа. //Вестник РГУ им. И. Канта. 2010. Вып.4. Калининград, Сер. Физико-математические науки. - С. 158-162.
7. Дмитриев С.И., Нечаев В.К К вопросу о применимости уравнения диффузии для изучения явления влагопроводности в почво-грунтах. //«Труды ЛГМИ», 1962. Вып. 13.
8. Ф.Е. Колясев Результаты исследований по движению воды в почве при различных влажностях. //Сборник трудов по агрономической физике. Выпуск 4. (Под редакцией А.Ф.Иоффе.) М.Л. ОГИЗ-СЕЛЬХОЗГИС, 1948. - С. 141-164.
9. Судницын И.И. Закономерности передвижения почвенной влаги. М. «Наука», 1964. – 64 с.